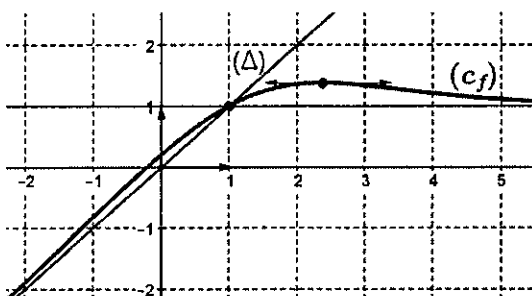


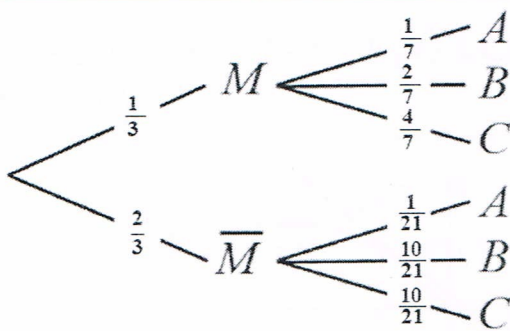
موقع عيون البصائر التعليمي

الإجابة النموذجية // مادة: الرياضيات // الشعبة: رياضيات // بكالوريا 2024

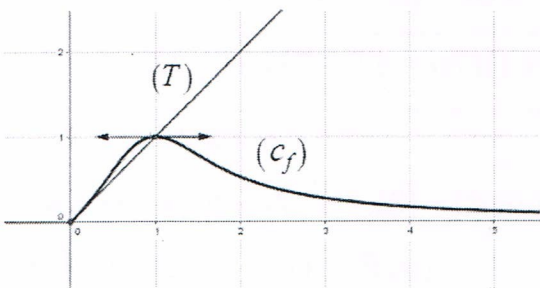
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
العلامة	مجزأة		
التمرين الأول (04 نقاط)			
2,5	0,5×2	$P_{C_3}(D) = \frac{C_4^2 \times C_2^1 + C_4^1 \times C_2^2}{C_6^3} = \frac{4}{5}$ ، $P_{C_2}(B) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15}$ (أ)	(1)
	0,75	(ب) شجرة الاحتمالات:	
	0,25×3	$P(A) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{32}{75}$ (ج) $P(D) = \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{32}{75}$ ، $P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{15} = \frac{11}{75}$	
0,5	0,25×2	$P_A(C_3) = \frac{P(A \cap C_3)}{P(A)} = \frac{3}{16}$ ، $P(A \cap C_3) = \frac{2}{25}$	(2)
0,75	0,5	قانون الاحتمال:	(3)
	0,25	$E(75X + 1917) = 75 \times E(X) + 1917 = 2024$	
0,25	0,25	$n = 4$ منه: $4n^2 - n - 60 = 0$ أي $\frac{C_{n+4}^3}{C_{n+6}^3} = \frac{7}{15}$ معناه $P_{C_3}(A) = \frac{7}{15}$	(4)
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1,5	0,25×4	$S = \{8 - 6i; 1 - i\sqrt{3}; 1 + i\sqrt{3}\}$ (أ)	(I)
	0,25×2	(ب) بحل المعادلة $z^2 = 8 - 6i$ نجد $z = 3 - i$ و $z = -3 + i$	
0,5	0,25×2	التحقق أن $z_A - z_B = i(z_C - z_B)$ ، ABC قائم ومتساوي الساقين.	(1 (II)
1,75	0,5×3	$z_B = 2\left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}\right)$ ، $z_A = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ (أ) $z_C = 2\left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right)$	(2)
	0,25	(ب) بما أن $ z_A = z_B = z_C = 2$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2	
0,25	0,25	الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع والمثلث ABC قائم ومتساوي الساقين ينتج: الرباعي $ABCD$ مربع.	(3)

التمرين الثالث (05 نقاط)														
2	0,5	(أ) $(x_0 ; y_0) = (6; 1)$												
	0,75	(ب) $S = \{ (13k + 6; 7k + 1) / k \in \mathbb{Z} \}$												
	0,75	(ج) $ x - y - 5 \leq 6$ معناه $ k \leq 1$ أي $k \in \{-1; 0; 1\}$ ومنه: $(x; y) \in \{(-7; -6), (6; 1), (19; 8)\}$												
1,5	0,75	(أ) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>$n =$</td> <td>$4k$</td> <td>$4k + 1$</td> <td>$4k + 2$</td> <td>$4k + 3$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$3^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>[5]</td> </tr> </table>	$n =$	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$		$3^n \equiv$	1	3	4	2	[5]
	$n =$	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$									
$3^n \equiv$	1	3	4	2	[5]									
0,75	(ب) $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3} \equiv 4 \times 3^{4p+1} + 3^{4n+2} + (-1)^{2n+3} [5]$ $\equiv 4 \times 3 + 4 - 1 [5]$ ومنه: $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3} \equiv 0 [5]$													
0,75	0,75	(أ) $\begin{cases} n = 4\lambda \\ 3^{20k+7} + 19 \times 3^{4\lambda} - 8\lambda \equiv 0 [5] \end{cases}$ أي $\begin{cases} n \equiv 0 [4] \\ 3^{x+y} + 19 \times 3^n - 2n \equiv 0 [5] \end{cases}$ ومنه: $\lambda = 5p + 2$ وعليه فإن $n = 20p + 8$ حيث p عدد طبيعي												
0,75	0,25 + 0,5	(أ) $\beta - \alpha \equiv 0 [5]$ أي $\beta + 49\alpha + 1729 \equiv 4 [5]$ معناه $A \equiv 4 [5]$ نستنتج أن $(\alpha; \beta) = (6; 1)$ ومنه: $A = 2024$												
التمرين الرابع (07 نقاط)														
1	0,5	(I) g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,37; 2,38]$ و $g(2,37) \times g(2,38) < 0$ ومنه: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,37 < \alpha < 2,38$												
	0,5	إشارة $g(x)$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-				
x	$-\infty$	α	$+\infty$											
$g(x)$	+	0	-											
0,75	0,25 × 3	(II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ومنه: (D) : $y = 1$ مقارب (C_f)												
1,25	0,5	(أ) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 4)^2}$												
	0,25 × 2	(ب) f متزايدة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$												
	0,25	جدول التغيرات <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$		$f(\alpha)$	1
x	$-\infty$	α	$+\infty$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$		$f(\alpha)$	1											

	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-x)e^x}{e^x + 4} = 0 \quad (1)$	
1,25	0,25×3	$f(x) - x = \frac{(1-x)e^x}{e^x + 4} \quad (ب)$ <p>لما $x < 1$ (C_f) أعلى (Δ) و لما $x > 1$ (C_f) أسفل (Δ) $(\Delta) \cap (C_f) = \{A(1;1)\}$</p>	(3)
1,25	0,25 0,5	 <p>(أ) الرسم: رسم (Δ) رسم (C_f)</p>	(4)
	0,5	(ب) تقبل المعادلة $f(x) = \ln(m)$ حلين مختلفين لما $e < m < e^{f(\alpha)}$	
1	0,25×2	<p>(أ) من أجل كل x من $[1; +\infty[$ ، $\frac{e^x}{e^x + 4} \leq f(x) \leq x$</p> <p>لدينا: $f(x) - \frac{e^x}{e^x + 4} \geq 0$ ، ومن الوضع النسبي: $f(x) \leq x$</p>	(5)
	0,5	(ب) لدينا: $\frac{e^x}{e^x + 4} \leq f(x) \leq x$ ، ومنه: $\ln\left(\frac{e^2 + 4}{e + 4}\right) \leq A \leq \frac{3}{2}$	
0,5	0,5	$u_n = (e^n + 4) f(n) = e^n + 4n$ $S_n = \frac{e^{n+1} - 1}{e - 1} + 2n(n+1)$	(6)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)						
العلامة	مجزأة							
التمرين الأول (04 نقاط)								
1	1	<p>شجرة الاحتمالات:</p> 						
1	0,5 0,5	$P(G) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{11}{21}\right) = \frac{31}{63}$ $P(H) = 1 - P(A) = \frac{58}{63} \text{ أو } P(H) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{20}{21}\right) = \frac{58}{63}$						
0,75	0,25 + 0,5	$P_G(M) = \frac{P(G \cap M)}{P(G)} = \frac{9}{31} \text{ ومنه: } P(G \cap M) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$						
1,25	0,75 0,5	<p>قانون الاحتمال:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{31}{63}$</td> <td>$\frac{32}{63}$</td> </tr> </table> $E(63X + 1350) = 1445$	x_i	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{31}{63}$	$\frac{32}{63}$
x_i	1	2						
$P(X = x_i)$	$\frac{31}{63}$	$\frac{32}{63}$						
التمرين الثاني (04 نقاط)								
1,5	0,75 × 2	$z^2 + 2i = 0 \text{ تكافئ } (z = -1 + i \text{ أو } z = 1 - i)$ $z^2 - 2\sqrt{3}z + 6 = 0 \text{ تكافئ } (z = \sqrt{3}(1 + i) \text{ أو } z = \sqrt{3}(1 - i))$ <p>مجموعة الحلول هي $\{-1 + i; 1 - i; \sqrt{3}(1 - i); \sqrt{3}(1 + i)\}$</p>						
0,75	0,25 × 3	$z_A = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$ $z_C = \sqrt{6} \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right), \quad z_B = \sqrt{2} \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4} \right)$						
1	0,25 × 2 0,5	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ <p>ومنه: $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$ و $z_C - z_A = z_B - z_A$</p> <p>أو $z_C - z_A = z_B - z_A = z_C - z_B$ ومنه: ABC مثلث متقايس الأضلاع.</p>						
0,75	0,25 × 2 0,25	$r = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \quad z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + i \frac{\sqrt{3}}{3}$ <p>(ب) $ACBD$ معين لأن قطريه متناصفان و ABC مثلث متقايس الأضلاع.</p>						

التمرين الثالث (05 نقاط)		
1,75	0,75	(أ) $S = \{(8k+6; 7k+5), k \in \mathbb{Z}\}$
	0,25	(ب) القيم الممكنة للعدد d هي : 1 ، 2 $xy = md$ تكافئ $28k^2 + 41k - 495 = 0$ أي $k = -5$
	0,75	و بالتالي $(x, y) = (-34, -30)$
1,25	0,25	(أ) التحقق أن: $b = (n-3)a + 8$ نبيّن أن كل قاسم للعدد a و b هو قاسم للعدد a و 8 والعكس.
	0,5	أي: $PGCD(a; b) = PGCD(a; 8)$
	0,5	(ب) $PGCD(a; b) = 2PGCD(4n+3; 4) = 2 \times 1 = 2$
2	0,5	(أ) تبيان أن: $A = B \times C$ تكافئ $(\alpha^2 + 1)(7\alpha - 8\beta - 2) = 0$
	0,75	(ب) $A = B \times C$ تكافئ $7\alpha - 8\beta = 2$ تكافئ $(\alpha, \beta) = (8k+6; 7k+5), k \in \mathbb{N}$ وبما أن $\alpha > 7$ و $\beta > 8$ فإن $(\alpha, \beta) = (14; 12)$
	0,25	$B = 197$ (في النظام العشري).
	0,5	(ج) $197 = \overline{145}$ في النظام ذي الأساس 12
التمرين الرابع (07 نقاط)		
1,25	0,25	من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = x(1 + 2 \ln x)$
	0,25	$g'(x) < 0$ على $]0; e^{-\frac{1}{2}}[$ و $g'(x) > 0$ على $]e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$ و $g'(e^{-\frac{1}{2}}) = 0$
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $]0; e^{-\frac{1}{2}}[$ و متزايدة تماما على $]e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$
	0,25 \times 2	إذن: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(e^{-\frac{1}{2}}) = 1 - \frac{1}{2e}$ ، $g(x) > 0$
1,25	0,25	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
	0,25 \times 2	(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x \ln x} = 1$ ، f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين التفسير الهندسي: (C_f) يقبل في النقطة O نصف مماس معامل توجيهه 1
	0,5	(ج) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) - x = \frac{-x^3 \ln x}{1+x^2 \ln x}$ (C_f) أعلى (T) على $]0; 1[$ وأسفل (T) على $]1; +\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1; 1)$ و (T) يمس (C_f) في النقطة O

1,25	0,5	(أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1-x^2-x^2 \ln x}{(1+x^2 \ln x)^2}$	(2)
	0,5	(ب) إشارة $f'(x)$	
	0,25	(ج) جدول التغيرات:	
1,25	0,25		(3)
	0,5	(أ) الرسم: رسم (T) رسم (c_f)	
	0,5	(ب) للمعادلة $f(x) = m^2$ حل على الأقل من أجل $0 \leq m^2 \leq 1$ أي: $-1 \leq m \leq 1$	
1,25	0,5	(أ) $f(x) \leq 1$ (من جدول التغيرات) و $f(x) - \frac{x}{x^2+1} = \frac{x^3(1-\ln x)}{1+x^2 \ln x}$ ومن أجل $1 \leq x \leq e$ فإن $f(x) - \frac{x}{x^2+1} \geq 0$ وبالتالي: من أجل $1 \leq x \leq e$ فإن $\frac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq 1$	(4)
	0,75	(ب) لدينا: $\int_1^e \frac{x}{x^2+1} dx \leq \int_1^e f(x) dx \leq \int_1^e dx$ أي: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e^2+1}{2}\right) \leq \mathcal{A} \leq e-1$	
0,75	0,25	(أ) التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{e^n}$	(5)
	0,25×2	(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{e}{e-1}$ و $S_n = \frac{e}{e-1} (1 - e^{-(n+1)})$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.